

# Kalman 滤波在 GPS/BDS 组合 伪距差分定位中的应用

丁仕军<sup>1</sup>, 张书华<sup>1</sup>, 徐杰<sup>1</sup>, 汤玉兵<sup>1</sup>, 李同心<sup>2</sup>

(1. 山东省国土测绘院, 山东 济南 250102; 2. 山东省地图院, 山东 济南 250014)

**摘要:**随着各国卫星导航系统的蓬勃发展,单一的 GPS 系统时代正逐步转变为多系统并存且兼容的全球性卫星导航系统(GNSS)时代。相比于单一卫星导航系统,多系统组合将显著增加可视卫星数目、改善卫星空间几何结构,多系统组合导航定位将是必然的发展趋势。滤波算法是减小 GNSS 定位随机误差的重要方法,利用非线性滤波方法可消除多种随机误差,从而提高导航定位精度。该文实现了基于 Kalman 滤波的 GPS/BDS 组合的伪距差分定位,并将其与最小二乘方法进行比较。实验结果表明:基于 Kalman 滤波的 GPS/BDS 伪距差分的定位精度能达到分米级,在差分定位解算过程中,多卫星系统伪距差分精度明显优于单卫星系统伪距差分精度,Kalman 滤波解算的精度明显优于最小二乘解算的精度。

**关键词:**GPS;BDS;伪距差分;Kalman 滤波

**中图分类号:**P228.4 **文献标识码:**B

**引文格式:**丁仕军,张书华,徐杰,等.Kalman 滤波在 GPS/BDS 组合伪距差分定位中的应用[J].山东国土资源,2017,33(10):78-82.DING Shijun, ZHANG Shuhua, XU Jie, etc.Application of Kalman Filtering in Pseudo Range Differential Positioning in GPS/BDS Combination[J].Shandong Land and Resources, 2017,33(10):78-82.

## 0 引言

随着各国卫星导航系统的蓬勃发展,卫星导航系统在各行业得到广泛应用<sup>[1-2]</sup>。过去单一的 GPS 系统时代正逐步转变为多系统并存且兼容的全球性卫星导航系统(GNSS)时代,其 4 大卫星导航定位系统(美国的 GPS 系统、俄罗斯的 GLONASS 系统、中国的北斗系统和欧盟的 Galileo 系统)的在轨卫星数已达 74 颗<sup>[3]</sup>。北斗卫星导航系统(BDS)于 2012 年底已提供区域卫星导航定位服务,计划于 2020 年完成全部星座的布设,并提供全球卫星导航定位服务<sup>[4]</sup>,我国自主导航系统的普及工作已势在必行<sup>[5]</sup>。相比于单一卫星导航系统,多系统组合将显著增加可视卫星数目,改善卫星空间几何结构,从而提高导航定位的可用性、连续性和精度,多系统组合导航定位将是必然的发展趋势。基于多星座的 GNSS 伪距差分定位方法正逐步应用于交通信息采

集、车辆导航定位和车辆控制等增强定位服务<sup>[6]</sup>。

伪距并不是卫星和接收机之间的真实距离,伪距测量值中存在着 3 种误差。第一种是与卫星有关的误差,如卫星钟误差、星历误差等,产生于对卫星运动轨迹与卫星时钟预测与测量的不精确。第二种是与传播有关的延迟误差,如电离层延迟、对流层延迟等,主要产生于信号穿越大气层由物理原因产生的误差。第三种是接收机的固有误差,如接收机的内部噪声、传输中的延迟、多路径效应等。第一种和第二种误差在空间上具有一定的相关性,通过差分定位绝大部分可以消除,而第三种误差因为与接收机自身有关,是难以通过差分消除的,只能通过滤波降噪技术加以减弱<sup>[7]</sup>。

伪距差分定位解算主要是将观测方程按照泰勒级数展开,取一次项线性化后,再根据最小二乘原理进行解算。Kalman 滤波则认为各观测历元在时间上具有相关性,即前一时刻的观测结果对后一时刻

收稿日期:2017-02-04;修订日期:2017-04-22;编辑:王敏

作者简介:丁仕军(1981—),男,山东日照人,工程师,主要从事测绘基准及海洋测绘工作;E-mail:sdchding@163.com

的观察会产生影响,差别仅是影响程度的大小,在解算下一时刻的结果时必须考虑上一时刻结果对现在的影响,因此 Kalman 滤波具有很好的平滑性<sup>[8]</sup>。

现阶段 Kalman 滤波已广泛应用于伪距单点定位中<sup>[8]</sup>,GPS/BDS 组合定位算法也已成熟<sup>[9-10]</sup>,但用 Kalman 滤波进行 GPS/BDS 组合定位的研究较少。该文主要研究基于 Kalman 滤波的 GPS/BDS 伪距差分定位算法,并将其与最小二乘方法进行了比较与分析。实验表明,基于 Kalman 滤波的 GPS 和 BDS 两种系统组合,能得到较高精度的定位结果。

## 1 GPS/BDS 基准的统一

### 1.1 GPS/BDS 时间基准的统一

GPS 使用的时间系统即 GPST,它是由 GPS 星载原子钟和地面监控站原子钟组成的一种原子时基准。GPST 是从 1980 年 1 月 6 日 0 时 0 分 0 秒开始起算<sup>[11]</sup>,无闰秒问题。世界协调时(UTC)存在跳秒,因此一段时间后,两种时间系统会相差  $n$  个整秒,其中  $n$  为这段时间内的 UTC 累积的跳秒数。到 2006 年 GPST 与世界协调时之间的差异已达到 14 s。

北斗卫星导航系统的系统时间叫做北斗时(BDST),它与 GPS 系统时一样,均以原子时为基础,不存在闰秒的问题。BDST 从 2006 年 1 月 1 日 0 时 0 分 0 秒起开始起算<sup>[9]</sup>,BDST 和 GPST 均采用原子时,两个系统时关于秒长的定义也是一致的,不存在闰秒的问题。两者的主要区别在于两者的起算点不一样,在整周上相差 1 356 周,在整秒上两个系统相差了 14 秒<sup>[9]</sup>。

### 1.2 GPS/BDS 坐标基准的统一

GPS 使用世界大地系 1984(WGS-84)作为坐标系,北斗卫星导航系统采用的空间坐标系是国家大地坐标系(CGCS2000),两者关于坐标系的原点、尺度、定向及定向演变的定义均相同。两个坐标系的主要不同在于参考椭球的扁率  $f$  有微小的差异,这种差异引起的大地经度不产生影响,引起的大地纬度和大地高产生的影响在  $0 \sim 0.105$  mm 范围内<sup>[9]</sup>。对伪距差分定位来说,可以忽略不计,认为在相同历元下 CGCS2000 和 WGS-84 的坐标是一致的<sup>[10,12]</sup>,该文均以 CGCS2000 坐标系表示。

## 2 伪距差分定位数学模型

伪距差分定位技术主要应用于对定位精度要求不是很高,相对定位距离长,要求实时定位或快速定位的测量领域。伪距差分可消除在空间上具有一定相关性的误差,大幅提高定位精度。如 GPS 伪距差分定位相比伪距单点定位从 14 m 可提高至  $4 \sim 6$  m (用户离基准站的距离从  $100 \sim 500$  km)<sup>[13-14]</sup>。

GNSS 伪距差分定位系统由一台或多台基准站 GNSS 接收机和一台或多台流动站 GNSS 接收机组成(图 1)。基准站 GNSS 接收机安置在已知坐标点上,接收机在卫星定位的过程中与卫星的距离可以精确求得,视作真实距离。基准站 GNSS 接收机和流动站 GNSS 接收机同时接收来自相同卫星的信号,利用真实距离与基准站接收机所测的伪距比较,便可得到观测区域内 GNSS 伪距观测量的改正值。由于 GNSS 误差在空间上具有一定的相关性,利用基准站伪距改正值校正流动站 GNSS 接收机定位结果,以提高流动站伪距定位精度。

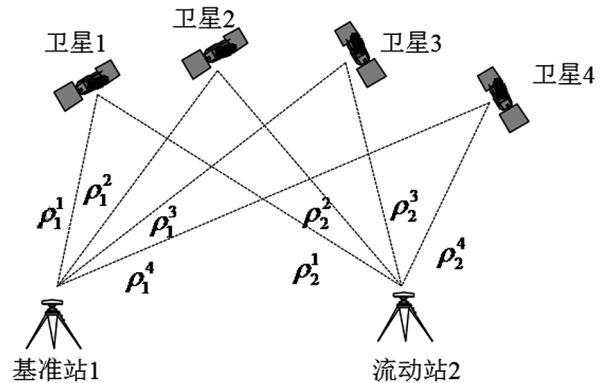


图 1 GNSS 伪距差分定位原理图

GNSS 基准站坐标已知,利用导航电文(或精密星历)的参数计算出可视卫星的地心坐标,进而求出第  $j$  颗卫星到基准站的真实距离  $\rho_k^j$ 。GNSS 接收机的观测伪距  $\tilde{\rho}_k^j$  含有各种误差,将基准站观测伪距和真实距离作差,得到观测伪距的改正数  $\Delta\rho^j$ 。

$$\Delta\rho^j = \rho_k^j - \tilde{\rho}_k^j \quad (1)$$

将 GNSS 基准站测得第  $j$  颗卫星伪距  $\tilde{\rho}_k^j$  加上  $\Delta\rho^j$ ,便可求得经过改正的伪距  $c\rho_k^j$ 。

$$c\rho_k^j = \tilde{\rho}_k^j + \Delta\rho^j \quad (2)$$

将改正伪距值代入伪距线性化观测方程<sup>[11-12]</sup>:

$$v_k^j = \frac{X^j - X_k^0}{\rho_k^0} dx + \frac{Y^j - Y_k^0}{\rho_k^0} dy + \frac{Z^j - Z_k^0}{\rho_k^0} dz - b_k + c\rho_k^j - \rho_k^0 \quad (3)$$

式中： $\rho_{jk}^0 = \sqrt{(X^j - X_K^0)^2 + (Y^j - Y_K^0)^2 + (Z^j - Z_K^0)^2}$  为流动站接收机(概略坐标  $(X_K^0, Y_K^0, Z_K^0)^T$ )至第  $j$  颗卫星  $(X^j, Y^j, Z^j)^T$  的概略距离。 $b_K$  为接收机钟差等效距离。

将式(3)中常数项合并为  $L_k^j = -c\rho_k^j + \rho_{jk}^0$  则有单差观测方程：

$$v_k^j = \frac{X^j - X_K^0}{\rho_{jk}^0} dx + \frac{Y^j - Y_K^0}{\rho_{jk}^0} dy + \frac{Z^j - Z_K^0}{\rho_{jk}^0} dz - b_K - L_k^j \quad (4)$$

同理,可得出同一时刻第  $p$  颗卫星的单差观测方程：

$$v_k^p = \frac{X^p - X_K^0}{\rho_{pk}^0} dx + \frac{Y^p - Y_K^0}{\rho_{pk}^0} dy + \frac{Z^p - Z_K^0}{\rho_{pk}^0} dz - b_K - L_k^p \quad (5)$$

为进一步提高精度,可将式(4)和式(5)作差构成双差观测方程(6),消去接收机钟差等效距离参数  $b_k$ 。

$$v_k^{pj} = l_k^{pj} dx + m_k^{pj} dy + n_k^{pj} dz - L_k^{pj} \quad (6)$$

式中： $l_k^{pj} = \frac{X^p - X_K^0}{\rho_{pk}^0} - \frac{X^j - X_K^0}{\rho_{jk}^0}$ ,  $m_k^{pj}$  和  $n_k^{pj}$  为类似差值,  $L_k^{pj} = L_k^p - L_k^j$ 。

### 3 Kalman 滤波原理

数据滤波是去除噪声还原真实数据的数据处理技术, Kalman 滤波是一种最优化自回归数据处理方法。利用状态方程和观测方程,无需存储大量的不同时刻的观测数据,便可解决很大部分的问题,它是最优、效率最高甚至是最有用的。它的广泛应用已超过 30 年,应用范围包括航天器的导航、GNSS 动态定位、星载 GNSS 低轨卫星定轨、雷达系统以及导弹追踪等动态测量系统<sup>[15-18]</sup>。

Kalman 滤波实质上是一套数字计算机实现的递推算法,每个递推周期中包含对被估计量的时间更新和测量数据更新两个过程。估计过程某一时刻的状态,然后以(含噪声的)测量变量的方式获得反馈<sup>[19]</sup>,其计算过程是一个不断预报和不断修正的过程,因此更便于实时处理多期复测数据,这一特点正是动态测量和变形监测数据处理所希望的,故 Kalman 滤波在各种动态数据处理中应用广泛<sup>[20]</sup>。Kalman 滤波法求取最优解的原则是使状态误差的方差达到最小,进而得到一个对状态的较优估计。由于在确定了系统的初始状态后,它无需存储大量的历史观测数据,这使其便于计算机编程实现,可以实时处理观测成果。

基本的 Kalman 滤波器是假设在线性条件下的,该文章将伪距进行泰勒展开,保留其一阶项进行滤波,并舍弃其他项,把非线性问题变成线性问题<sup>[19]</sup>。用于动态数据处理的 Kalman 滤波通常称为离散线性系统的 Kalman 滤波,考虑用如下状态空间模型描述的动态系统<sup>[21-22]</sup>：

$$X_{k+1} = \varphi_{k+1,k} X_k + \gamma_{k+1,k} U_k + \Phi_{k+1,k} \nabla_k \quad (7)$$

$$L_{k+1} = B_{k+1} X_{k+1} + Z_{k+1} + \Delta_{k+1} \quad (8)$$

式中： $\varphi_{k+1,k}$  为状态转移矩阵,  $X_{k+1}$  为系统状态向量,  $L_{k+1}$  为系统观测向量,  $U_k, Z_{k+1}$  为非随机控制向量,  $\nabla_k$  为系统动态噪声向量,  $\Delta_{k+1}$  为观测噪声向量,  $\Phi_{k+1,k}, B_{k+1}$  为系统的系数矩阵。一般的系统不考虑  $U_k$  和  $Z_{k+1}$ 。

系统状态噪声和观测噪声均为高斯白噪声序列,协方差阵分别为  $D_\nabla$  和  $D_\Delta$ ,且完全不相关,既有：

$$\begin{cases} E(\nabla_k) = 0 \\ E(\Delta_k) = 0 \\ \text{cov}(\nabla_k, \Delta_j) = D_\nabla(k) \delta_{kj} \\ \text{cov}(\Delta_k, \Delta_j) = D_\Delta(k) \delta_{kj} \\ \text{cov}(\nabla_k, \Delta_j) = 0 \end{cases} \quad (9)$$

式中： $\delta_{kj}$  为克罗内克函数；系统的初始状态  $E(X_0) = \mu_x(0)$ ,  $\text{var}(X_0) = D_x(0)$ ,  $\text{cov}(X_0, \nabla_k) = 0$ ,  $\text{cov}(X_0, \Delta_k) = 0$ 。

在进行伪距差分定位解算时,状态向量  $X$  包括点位的坐标、坐标变化率和加速度。

$$X = \begin{cases} x \\ \dot{x} \\ \ddot{x} \end{cases} \quad (10)$$

观测方程可由伪距双差方程(6)得到,  $t$  时刻观测方程可表示为：

$$L(t) = B(t)X(t) + V(t) \quad (11)$$

离散化后可得伪距差分定位离散系统的函数模型：

$$\begin{cases} X_{k+1} = \varphi_{k+1,k} X_k + \Phi_{k+1,k} \nabla_k \\ L_{k+1} = B_{k+1} X_{k+1} + V_{k+1} \end{cases} \quad (12)$$

### 4 实例分析

该文使用一组 GPS/BDS 双系统的静态观测数据对算法进行验证。组数据采集时间为 2016 年 7 月 16 日,采样间隔为 15 s,基线长度约 5 km,基准站和移动站周围观测环境良好。解算时分为基于最

小二乘方法的 GPS 伪距差分定位, 基于最小二乘方法的 BDS 伪距差分定位, 基于最小二乘方法的 GPS/BDS 伪距差分定位和基于 kalman 滤波的 GPS/BDS 伪距差分定位 4 种情况进行, 便于对比分析。

#### 4.1 基于最小二乘方法的 GPS 伪距差分定位

利用最小二乘方法进行 GPS 伪距差分定位解算, 对比流动站精确坐标, 得到  $X, Y, Z$  (CGCS2000) 3 个方向上的偏差情况 (图 2)。分析图 2 可知, GPS 伪距差分定位  $X, Y, Z$  三个方向上的偏差绝对值基本均小于 4 m, 主要集中在  $-2 \text{ m} \sim 2 \text{ m}$  之间。Z 方向上的偏差稍大于 X 和 Y 方向。

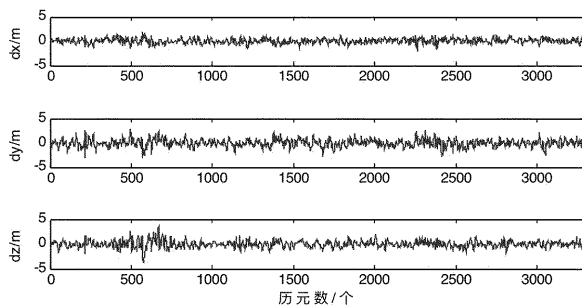


图 2 GPS 伪距差分定位坐标偏差情况 (最小二乘)

#### 4.2 基于最小二乘方法的 BDS 伪距差分定位

利用最小二乘方法进行 BDS 伪距差分定位解算, 对比流动站精确坐标, 得到  $X, Y, Z$  (CGCS2000) 三个方向上的偏差情况 (图 3)。分析图 3 可知, BDS 伪距差分定位  $X, Y, Z$  三个方向上的偏差绝对值基本均小于 8 m, 三个方向的偏差均变化比较大。Z 方向上的偏差稍大于 X 和 Y 方向。通过图 2、图 3 对比可知, BDS 伪距差分定位精度比 GPS 伪距差分定位精度稍差, 与北斗星座分布情况有关。

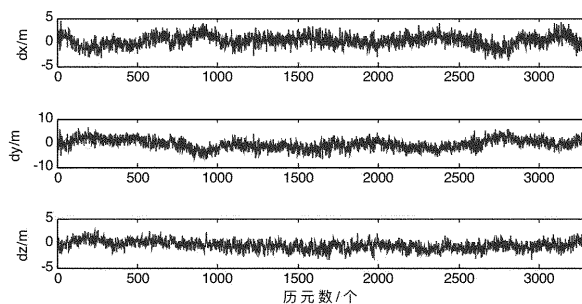


图 3 BDS 伪距差分定位坐标偏差情况 (最小二乘)

#### 4.3 基于最小二乘方法的 GPS/BDS 伪距差分定位

利用最小二乘方法进行 GPS/BDS 伪距差分定位解算, 对比流动站精确坐标, 得到  $X, Y, Z$  (CGCS2000) 三个方向上的偏差情况 (图 4)。分析图 4 可知, BDS 伪距差分定位  $X, Y, Z$  三个方向上的偏差绝对值基本均小于 2 m。对比图 2、图 3 和图 4 可知, GPS/BDS 伪距差分的定位精度相较于单系统 (无论是 GPS 还是 BDS) 伪距差分有明显的提高, 尤其是 Z 方向提高明显。

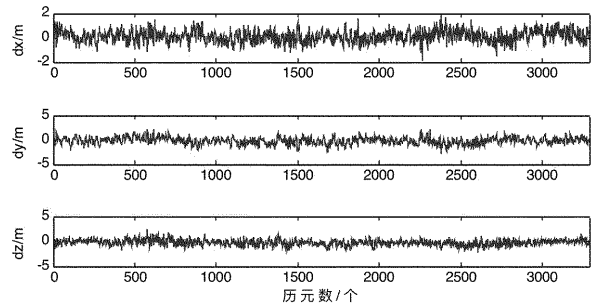


图 4 GPS/BDS 伪距差分定位坐标偏差情况 (最小二乘)

#### 4.4 基于 kalman 滤波的 GPS/BDS 伪距差分定位

利用 kalman 滤波进行 GPS/BDS 伪距差分定位解算, 对比流动站精确坐标, 得到  $X, Y, Z$  (CGCS2000) 三个方向上的偏差情况 (图 5)。分析图 5 可知, BDS 伪距差分定位  $X, Y, Z$  三个方向上的偏差绝对值基本均小于 1.5 m, 与仅利用最小二乘法的伪距差分相比, 进行 Kalman 滤波后的伪距差分精度有了很大的提高。

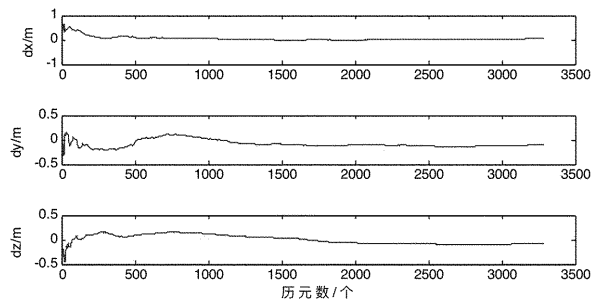


图 5 GPS/BDS 伪距差分定位坐标偏差情况 (kalman 滤波)

## 5 结语

该文实现了基于 Kalman 滤波的 GPS/BDS 组合的伪距差分定位算法, 实验结果表明: 基于 Kalman 滤波的 GPS/BDS 伪距差分的定位精度能达到分米级, 在差分定位解算过程中, 多卫星系统伪距差

分精度明显优于单卫星系统伪距差分精度, Kalman 滤波解算的精度明显优于最小二乘解算的精度。

## 参考文献:

- [1] 王峰, 朱守国, 莫艳军, 等. 3S 技术在耕地后备资源调查中的应用——淄博市耕地后备资源详查试点工作[J]. 山东国土资源, 2017, 33(2): 66-69.
- [2] 朱利超, 刘文国, 张绪朋, 等. 二级坝泵站工程范围内变形监测网布设与观测[J]. 山东国土资源, 2016, 32(5): 83-85+89.
- [3] 任晓东, 张柯柯, 李星星, 等. BEIDOU、Galileo、GLONASS、GPS 多系统融合精密单点[J]. 测绘学报, 2015, 44(12): 1307-1313.
- [4] 宁津生, 姚宜斌, 张小红. 全球导航卫星系统发展综述[J]. 导航定位学报, 2013, 1(12): 3-8.
- [5] 马智伟. 中国北斗卫星导航产业整体发展现状及趋势——《2013—2014 年中国北斗导航产业发展蓝皮书》发布[J]. 卫星应用, 2014, (9): 56-59.
- [6] 卫星应用编辑部. 2012 年中国卫星应用若干重大进展[J]. 卫星应用, 2013, (1): 16-25.
- [7] 蔡艳辉, 程鹏飞, 李夕银. 用卡尔曼滤波进行动态定位[J]. 测绘通报, 2006, (7): 6-8.
- [8] 张月超, 陈义, 胡川. Kalman 滤波在 GNSS 伪距单点定位中的应用[J]. 全球定位系统, 2013, 38(6): 31-35, 57.
- [9] 高星伟, 过静琚, 程鹏飞, 等. 基于时空系统统一的北斗与 GPS 融合定位[J]. 测绘学报, 2012, 41(5): 743-748, 745.

- [10] 王世进, 秘金钟, 谷守周, 等. BDS/GPS 组合相对定位方法及精度分析[J]. 测绘通报, 2014, (5): 1-4.
- [9] 杨元喜. 北斗卫星导航系统的进展、贡献与挑战[J]. 测绘学报, 2010, 39(1): 1-6.
- [11] 党亚民, 成英燕, 薛树强. 大地坐标系统及其应用[M]. 北京: 测绘出版社, 2010: 154-157.
- [12] 高星伟, 葛茂荣. GPS/GLONASS 伪距差分的数据处理[J]. 测绘通报, 2000, (6): 1-3.
- [13] 李征航, 黄劲松. GPS 测量与数据处理[M]. 武汉: 武汉大学出版社, 2005: 126-142.
- [14] 文援兰. 航天器精密轨道抗差估计理论与应用的研究[D]. 长沙: 国防科技大学, 2001.
- [15] 徐天河, 杨元喜. 改进的 Sage 自适应滤波方法[J]. 测绘科学, 2000, 25(3): 22-24.
- [16] 杨元喜. 抗差估计理论及其应用[M]. 北京: 八一出版社, 1993.
- [17] 胡国荣. 星载 GPS 低轨卫星定轨理论研究[D]. 武汉: 中国科学院测量与地球物理研究所, 1999.
- [18] 潘泉, 杨峰, 叶亮, 等. 一类非线性滤波器 UKF 综述[J]. 控制与决策, 2005, 20(5): 481-485.
- [19] 齐公玉, 邱卫宁, 花向红. 卡尔曼滤波粗差修正方法应用[J]. 测绘工程, 2010, 19(1): 50-52.
- [20] 崔希璋. 广义测量平差[M]. 武汉: 武汉大学出版社, 2009: 145-150.
- [21] Paul Zarchan. Fundamentals of Kalman Filtering A Practical Approach, Second Edition [M]. American Institute of Aeronautics and Astronautics, 2005.

# Application of Kalman Filtering in Pseudo Range Differential Positioning in GPS/BDS Combination

DING Shijun<sup>1</sup>, ZHANG Shuhua<sup>1</sup>, XU Jie<sup>1</sup>, TANG Yubing<sup>1</sup>, LI Tongxin<sup>2</sup>

(1. Shandong Land Surveying and Mapping Institute, Shandong Jinan 250102, China; 2. Shandong Cartographic Institute, Shandong Jinan 250014, China)

**Abstract:** Accompanying with rapid development of the satellite navigation system, the single GPS system era is gradually transformed into a compatible multi global satellite navigation system (GNSS) era. Comparing with the single satellite navigation system, the combination of multiple systems will significantly increase the number of visible satellites and improve the geometric structure of satellite space. Multi system integrated navigation and positioning will be an inevitable trend. The filtering algorithm is an important method to reduce the random error of GNSS positioning. By using nonlinear filtering method, great majority of random errors can be eliminated, the precision of navigation can be improved. In this paper, the pseudo range differential positioning of GPS/BDS combination based on Kalman filtering is implemented and compared with the least square method. The experimental results show that the accuracy of the GPS/BDS pseudo range differential positioning based on Kalman filtering can reach the decimeter level. In the process of differential positioning, the pseudo range precision of the multi satellite system is obviously better than that of the single satellite system. The accuracy of the Kalman filtering solution is obviously superior to that of the least squares solution.

**Key words:** GPS; BDS; pseudo range differential positioning; Kalman filtering