技术方法

WGS－84 坐标系至 1980 西安坐标系转换的算法实现*

张省，张玉玲，张金盈，王杰

（山东省国土测绘院，山东 济南　250000）

摘要：该文提出了一种由 WGS－84 坐标系大地坐标至 1980 西安坐标系高斯直角平面坐标转换的流程，并实现了关键的算法，包括高斯-克吕格投影的正算及"布尔莎-沃尔夫"模型七参数的解算。通过实验数据的验算及实际应用，证明该文提出的方法是可行的。

关键词：坐标转换；高斯-克吕格投影；布尔莎-沃尔夫模型；解算

中图分类号：P208　　　**文献标识码**：B

随着手持 GPS 设备的增多与不断普及，越来越多的城市部门开始使用 GPS 辅助于自己部门的工作。GPS 接收的坐标为 WGS－84 坐标系统下的经纬度坐标，而城市现有地理信息成果的坐标多为 1980 西安坐标系或地方坐标系，为了实现现有测绘成果与 GPS 应用的更好结合，需要进行 2 个坐标系之间的转换[1-3]。

1　需求分析

WGS－84 坐标系与 1980 西安坐标系（或地方坐标系）的相互转换是一个不同坐标原点的三维空间相似转换，需要经过 3 个角度的旋转，一个比例尺的缩放和 3 个方向的平移，才能完成 2 个坐标系之间的转换。

该文选择布尔莎-沃尔夫（Bursa－Wolf）七参数模型计算转换参数，公式（1）为两个不同空间直角坐标的转换模型，$\triangle X$，$\triangle Y$，$\triangle Z$ 为平移参数，εX，εY，εZ 为旋转参数，m 为尺度参数。

$$\begin{bmatrix} X_T \\ Y_T \\ Z_T \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} \Delta X \\ \Delta Y \\ \Delta Z \end{bmatrix} + \begin{bmatrix} 0 & -Z_S & Y_S \\ Z_S & 0 & -X_S \\ -Y_S & X_S & 0 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} \varepsilon X \\ \varepsilon Y \\ \varepsilon Z \end{bmatrix} + (1+m) \begin{bmatrix} X_S \\ Y_S \\ Z_S \end{bmatrix} \quad (1)$$

采用 7 参数模型至少需要 3 个已知控制点（重合点）。如果 WGS－84 到 1980 西安坐标系转换仅需要平面坐标时，计算转换参数时可以考虑选择二维七参数转换模型，此时取重合点的 Z 值为 0 即可。

2　转换流程

2.1　流程图

多数情况下 WGS－84 大地坐标到 1980 西安平面坐标的转换仅需要平面位置，因此采用简化的转换流程来实现 WGS－84 大地坐标到 1980 西安平面坐标的转换，不对高程值进行转换。具体转换流程见图 1，图中虚线框内为转换 7 参数确定后的转换流程。

2.2　关键问题

由 WGS－84 经纬度坐标实现至 1980 西安平面坐标的转换，需要解算以下 2 个关键的数学模型：一是高斯投影正算；二是"布尔莎-沃尔夫"七参数。

3　模型解算

3.1　高斯投影正算

高斯投影正算的解算公式为：

* **收稿日期**：2012－08－08；**修订日期**：2012－11－22；**编辑**：曹丽丽

作者简介：张省（1982—），男，山东枣庄人，工程师，主要从事测绘数据的采集及应用工作；E－mail：59389530@qq.com。

$$\begin{cases} x = S + N \times T \times (M^2 \times \frac{1}{2} + (5 - T^2 + 9 \times P^2 + 4 \times P^4) \times M^4 \times \frac{1}{24} + (61 - 58 \times T^2 + T^4) \times M^6 \times \frac{1}{720}) \\ y = N \times (M + (1 - T^2 + P^2) \times M^3 \times \frac{1}{6} + (5 - 18 \times T^2 + T^4 + 14 \times P^2 - 58 \times T^2 \times P^2) \times M^5 \times \frac{1}{120}) \end{cases} \quad (2)$$

其中：$S = F1 \times B - F2 \times \sin(2 \times B) \times \frac{1}{2} + F3 \times \sin(4 \times B) \times \frac{1}{4} - F4 \times \sin(6 \times B) \times \frac{1}{6} + F5 \times \sin(8 \times B) \times \frac{1}{8}$

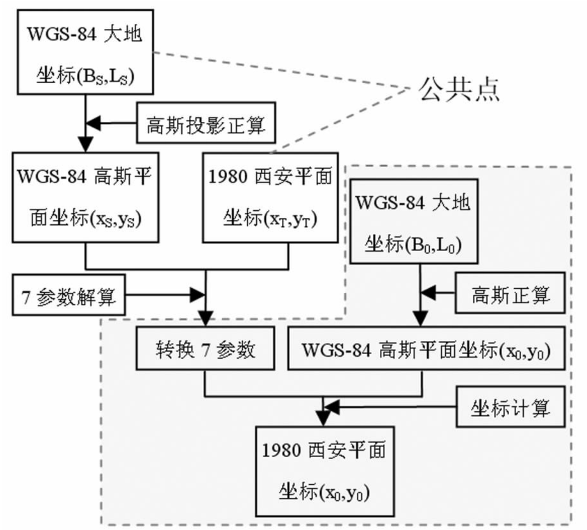

图 1　坐标转换流程

$$e = \sqrt{\frac{a^2 - b^2}{a^2}}$$

$$T = \tan B$$

$$M = L \times \cos B$$

$$N = a / \sqrt{1 - e^2 \times (\sin B)^2}$$

$$P = c \times \cos B$$

$$\begin{bmatrix} F1 \\ F2 \\ F3 \\ F4 \\ F5 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 1 & \frac{1}{2} & \frac{3}{8} & \frac{5}{16} & \frac{35}{128} \\ 0 & \frac{1}{2} & \frac{1}{2} & \frac{15}{32} & \frac{7}{16} \\ 0 & 0 & \frac{1}{8} & \frac{3}{16} & \frac{7}{32} \\ 0 & 0 & 0 & \frac{1}{32} & \frac{1}{16} \\ 0 & 0 & 0 & 0 & \frac{1}{128} \end{bmatrix} \begin{bmatrix} A1 \\ A2 \\ A3 \\ A4 \\ A5 \end{bmatrix}$$

$$A1 = a \times (1 - e^2)$$

$$A2 = A1 \times e^2 \times \frac{3}{2}$$

$$A3 = A2 \times e^2 \times \frac{5}{4}$$

$$A4 = A3 \times e^2 \times \frac{7}{6}$$

$$A5 = A4 \times e^2 \times \frac{9}{8}$$

式中：e 为椭球体的第一偏心率；a 为椭球体的长半径；b 为椭球体的短半径；S 为子午线弧长；B 为纬度(弧度)；L 为经度差(弧度，为实际经度减中央经线的经度差)；x，y 为平面坐标值。

解算出的 y 坐标根据需要加平移值，加带号，如中央经线为 120°00′00″，3°分带的情况下：$y = y + 40500000$。

3.2　七参数解算

根据公式(1)，引入误差改正 V_X，V_Y，V_Z 有：

$$\begin{bmatrix} V_X \\ V_Y \\ V_Z \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 1 & 0 & 0 & 0 & -Z_S & Y_S & X_S \\ 0 & 1 & 0 & Z_S & 0 & -X_S & Y_S \\ 0 & 0 & 1 & Y_S & X_S & 0 & Z_S \end{bmatrix} \begin{bmatrix} \Delta X \\ \Delta Y \\ \Delta Z \\ \varepsilon X \\ \varepsilon Y \\ \varepsilon Z \\ m \end{bmatrix} + \begin{bmatrix} X_S - X_T \\ Y_S - Y_T \\ Z_S - Z_T \end{bmatrix} \quad (3)$$

简化为 $V = AX - L$，根据最小二乘原理(取 P 为单位矩阵)有：

$$X = (A^T A)^{-1} A^T L$$

假设重合点有 n 对，算法实现时令 An 为 $n \times 3$ 行、7 列的矩阵(二维数组)，Ln 为 $n \times 3$ 行、1 列的一维数组，则第 i 组重合点：

$An[i \times 3 + 0, 0] \sim An[i \times 3 + 0, 6]$ 分别对应矩阵 A 的第一行的 7 个值。

$An[i \times 3 + 1, 0] \sim An[i \times 3 + 1, 6]$ 分别对应矩阵 A 的第二行的 7 个值。

$An[i \times 3 + 2, 0] \sim An[i \times 3 + 2, 6]$ 分别对应矩阵 A 的第三行的 7 个值。

$Ln[i \times 3 + 0] \sim Ln[i \times 3 + 2]$ 分别对应矩阵 L 列的 3 个值。

此时的(X_S, Y_S, Z_S)，(X_T, Y_T, Z_T)为第 i 组重合点的坐标。

设置完 An，Ln 后，利用矩阵运算函数即可解算 $X = (A_n^T A_n)^{-1} A_n^T L_n$。

3.3　坐标计算

将原始 WGS-84 坐标系下的经纬度坐标(B，L)通过高斯正算投影为高斯平面坐标，利用已获取的转换 7 参数，通过公式(4)即可计算转换后的坐标值。

$$\begin{cases} X_T = \Delta X - Z_S \cdot \varepsilon_Y + Y_S \cdot \varepsilon_Z + (1+m) \cdot X_S \\ Y_T = \Delta Y + Z_S \cdot \varepsilon_X - X_S \cdot \varepsilon_Z + (1+m) \cdot Y_S \\ Z_T = \Delta Z - Z_S \cdot \varepsilon_X + X_S \cdot \varepsilon_Y + (1+m) \cdot Z_S \end{cases} \quad (4)$$

4 实验结果

4.1 模拟数据实验

通过 GIS 软件将所有实验点的原始平面坐标 X,Y 分别平移 215.03 m,101.25 m,并以任意平面位置为中心点顺时针旋转 30°,将转换后的结果通过 GIS 软件计算出转换后点的坐标,取其中 9 个点与原始数据对应的 9 个点用于计算转换参数。图 2a 中星形符号为用于计算转换参数的 9 个点,三角形为待算点(208 个点),框内的面积约为 1.9 万 km²。表 1 为利用该算法计算的结果(RA)与 GIS 软件计算结果(RB)的对比情况。

表 1　模拟数据结果对比(m)

内容	值
Y 的 $RA-RB$ 值域	-0.005006～0.005057
Y 的 $RA-RB$ 所有值和	-0.000231
X 的 $RA-RB$ 值域	-0.00064～0.00061
X 的 $RA-RB$ 所有值和	-0.000259

4.2 实际数据实验

实验数据为已有转换结果,为 WGS-84 和 1980 西安两套坐标系下的公共点,图 2b 中星形为转换使用公共点,共 42 个点,三角形点为待转换点,共 2 989 个点。实验区整个区域面积约为 2.1 万 km²。表 2 为利用该文算法计算的结果(RC)与已有转换结果(RD)的对比情况,图 3 为 $RC-RD$ 的值域[4,5]。

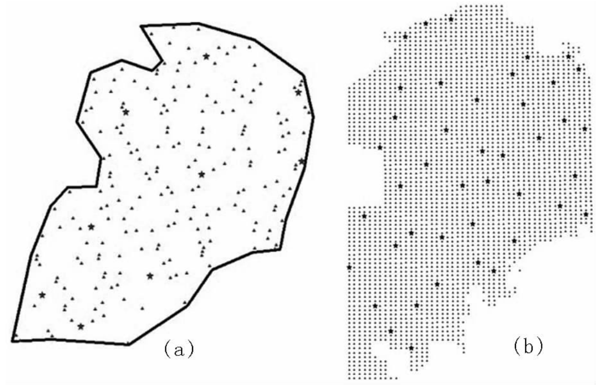

图 2　模拟点及实际点示意图

表 2　实际数据结果对比(m)

内容	值
Y 的 $RC-RD$ 值域	-0.3068～0.2579
Y 的 $RC-RD$ 所有值和	-41.8253
X 的 $RC-RD$ 值域	-0.2002～0.2627
X 的 $RC-RD$ 所有值和	-0.3304

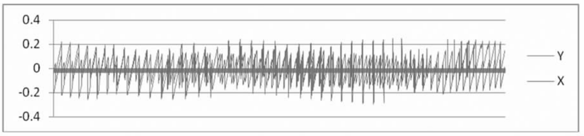

图 3　$RC-RD$ 值域

5 结语

该文通过模拟数据及实际数据进行了验证,证明转换的流程可行,算法的实现正确,精度可靠。该文提出的方法已经应用于城市部门手持 GPS 设备与 1980 西安坐标系数据的结合应用上,通过实际应用证明该方法能够满足 WGS-84 经纬度坐标至 1980 西安平面坐标转换的需求。采用该文提到的方法也适用于 WGS-84 经纬度坐标至地方平面坐标的转换,在图 1 的转换流程中,使用 WGS-84 高斯投影平面坐标与地方平面坐标作为重合点来计算转换参数即可。

参考文献:

[1]　郭春喜,马林波,张骥,毛之琳.西安 80 坐标系与 WGS-84 坐标系转换模型的确定[J].东北测绘,2002,(4):36-38.
[2]　柳光魁.西安 1980 坐标系与 WGS-84 坐标系转换方法及精度分析[J].测绘与空间地理信息,2006,(6):13-14.
[3]　朱明波,汪旋.野外数据(WGS84)到成果数据(西安 80)的转换研究[J].科技情报开发与经济,2010,(8):144-147.
[4]　张剑清,潘励,王树根.摄影测量学[M].武汉:武汉大学出版社,2002.
[5]　侯新军;赵迎红.RTK 技术在平面坐标转换中的应用[J].山东国土资源,2007,23(12):9-11.

Realization of the Conversion Algorithm from WGS－84 Geodetic Coordinate System to Xi′an 1980 Geodetic CoordinateSystem

ZHANG Sheng，ZHANG Yuling，ZHANG Jinying，WANG Jie

（Shandong Surveying and Mapping Institute of Land and Resources，Shandong Jinan 250000，China）

Abstract：In this paper，a conversion process from WGS－84 geodetic coordinate system to Xi′an 1980 Gauss rectangular plane coordinate system has been put forward. It realizes the key algorithm，including the calculation of Gauss－Krueger projection and the calculation of 7－parameter transformation. Through the calculation of experimental data and practical application，it is showed that the proposed method is feasible.

Key words：Coordinate transformation；Gauss－Krueger projection；Bursa－Wolf model；compute